*Pianificazione e Gestione Servizi Sanitari*

**Problemi 5, 8 e 6**

Prof. Domenico Conforti – Lezione 8 – 11.10.2023 – Autori e Revisionatori: Luciani e Salvati

**PROBLEMA 5**Una Azienda Farmaceutica, leader mondiale nella produzione di integratori dietetici, ha deciso di sviluppare un nuovo prodotto specifico per la dieta di pazienti diabetici, distribuito in forma granulare in confezioni da 500 gr.  
Il controllo di qualità ha imposto che in ogni confezione devono essere contenuti almeno 120 gr. di  
vitamine, 115 gr. di proteine e 210 gr. di sali minerali. A tal fine, per la realizzazione del prodotto verranno utilizzati 3 composti di base, opportunamente miscelati.  
Nella seguente tabella sono riportati il costo ed il contenuto in vitamine, proteine e sali minerali di 100 gr. di ognuno dei composti di base utilizzati.

Immagine che contiene testo, schermata, Carattere, numero

Descrizione generata automaticamente

L’obiettivo dell’Azienda è determinare il mix di composti in modo tale da soddisfare i vincoli sulla qualità del prodotto e minimizzare i costi di produzione.

Dati del problema

Immagine che contiene testo, Carattere, calligrafia, bianco

Descrizione generata automaticamente



Lo scopo dell’azienda è produrre questo integratore partendo dall’avere come unità di misura le quantità di proteine, sali minerali e vitamine in 500 gr di integratore.

Immagine che contiene Carattere, testo, calligrafia, tipografia

Descrizione generata automaticamente



Nella tabella soprastante sono presenti anche i costi di 100 gr di ciascuno dei tre composti:  
• 100 gr del composto 1 hanno un costo di 225 euro  
• 100 gr del composto 2 hanno un costo di 200 euro  
• 100 gr del composto 3 hanno un costo di 180 euro  
Occorre quindi determinare il mix di composti per ottenere un prodotto finale tale che si ottengano le quantità minime richieste di vitamine, proteine e sali minerali, e che soprattutto si ottenga il minor costo possibile.

DECISIONILa decisione che bisogna prendere in questo problema è relativa alle quantità di composti 1, 2 e 3 da miscelare in 500 grammi di prodotto finale. Quindi andremo a definire tre variabili:



**NB.** X1, X2 e X3 potrebbero anche indicare le percentuali di ciascuno dei tre composti nel prodotto finale. Essendo queste tre variabili la quantità di ciascuno dei 3 composti in 500 gr di prodotto finale, allora potremo scrivere:

Immagine che contiene testo, Carattere, calligrafia, bianco

Descrizione generata automaticamente

La scrittura alternativa è anch’essa corretta perché, se si scrivono le tre variabili come percentuali, allora il totale sarà uguale a 1.  
Nella formula si evince come il prodotto finale è realizzato ESCLUSIVAMENTE dai 3 composti iniziali.

\**in questo caso le variabili non devono essere necessariamente intere*\*

OBIETTIVOAssumiamo una relazione di proporzionalità diretta tra le quantità di composti utilizzati e il livello di costo da sostenere. Quindi, dato che ciascuno dei tre composti ha un certo costo da sostenere, dovremo scrivere:



VINCOLIPer definire i vincoli bisogna fare attenzione ad alcuni dati del problema: la confezione di prodotto finale è di 500 gr, mentre i valori nutrizionali di ciascuno dei 3 composti fanno riferimento a 100 gr di composto. Per cui indicheremo i valori di proteine, vitamine e sali minerali minimi in 100 grammi di prodotto finale così come segue:

Immagine che contiene calligrafia, Carattere, testo, bianco

Descrizione generata automaticamente

Immagine che contiene testo, Carattere, calligrafia, bianco

Descrizione generata automaticamenteA questo punto, per definire i vincoli, dobbiamo valutare le quantità minime di vitamine, proteine e sali minerali che dovranno essere presenti in 100 gr di composto finale, e ciascuno di questi valori nutrizionali sarà ottenuto da ciascuno dei tre composti. Per cui, andremo a scrivere:

**PROBLEMA 8**Un’azienda farmaceutica produce cinque tipi di farmaci per pazienti cardiovascolari utilizzando, tra le altre, tre particolari sostanze chimiche (indicate con A, B e C) nelle seguenti percentuali:  
• Farmaco1: 10% di A, 50% di B, 30% di C  
• Farmaco2: 20% di A, 40% di B, 12% di C  
• Farmaco3: 25% di A, 18% di B  
• Farmaco4: 15% di B, 35% di C  
• Farmaco5: 25% di A, 15% di B, 20% di C  
I profitti che l’azienda può conseguire dalla vendita dei farmaci vengono stimati pari ad euro 5, 4, 7, 3, 6 rispettivamente per un kg di ognuno dei cinque farmaci. L’azienda dispone di tre serbatoi contenenti rispettivamente 2 tonnellate di A, 4 tonnellate di B e 3 tonnellate di C. Al termine della produzione si devono pulire tutti i serbatoi, per cui tali sostanze chimiche devono essere completamente utilizzate nella produzione, a causa della loro deperibilità̀.  
Formulare un modello di ottimizzazione che consenta la produzione ottimale dei cinque farmaci.

*Produzione ottimale: determinare i livelli di produzione utilizzando qualche criterio di scelta (in questo caso si intende aumentare il livello di produzione dei farmaci massimizzando i profitti).*

**Dati del problema**

Immagine che contiene Carattere, testo, calligrafia, bianco

Descrizione generata automaticamente

Dei 5 farmaci che abbiamo, sono definite le quantità in percentuale delle sostanze A, B e C, mentre la restante parte che compone i farmaci sarà costituita da sostanze superflue ai fini della risoluzione.  
Ogni farmaco ha un profitto che viene ottenuto dalla vendita di ciascuno di essi:

Immagine che contiene calligrafia, tipografia, Carattere, design

Descrizione generata automaticamente

Infine, nel problema sono specificati dei serbatoi che contengono delle determinate quantità delle sostanze chimiche A, B e C, e per formare i farmaci questi serbatoi devono essere totalmente svuotati:

Immagine che contiene Carattere, calligrafia, bianco, tipografia

Descrizione generata automaticamente

Quindi, lo scopo del problema è fornire un modello che permetta di produrre più farmaci possibili avendo un ricavo dalla vendita il più possibile ottimale.  
L’obiettivo è quello di massimizzare il profitto totale.

DECISIONIBisogna stabilire la quantità in kg dei 5 farmaci. In questo problema, però, vanno definite anche alcune variabili decisionali:



Con Xn indichiamo le quantità in kg di ciascuno dei 5 farmaci. Queste quantità devono per forza essere maggiori o uguali di zero (non si possono avere pesi negativi!) e soprattutto si possono prendere sia numeri interi che decimali.

OBIETTIVOLa funzione obiettivo è legata alla definizione del profitto totale. Assumendo proporzionalità diretta tra la quantità venduta in kg di farmaco e il profitto che è possibile ottenere, allora si può scrivere la funzione obiettivo come segue:





In questo problema, le risorse da gestire sono le sostanze chimiche A, B e C espresse in termini di quantità e di disponibilità. Queste verranno allocate, attraverso al modello, alla produzione dei livelli di farmaco finale. Inoltre, in questo problema, la quantità di A, B e C destinata ai farmaci è indicata dai valori percentuali.

Immagine che contiene testo, Carattere, calligrafia, bianco

Descrizione generata automaticamenteVINCOLIIl vincolo da tenere in considerazione è quello di allocare tutte le quantità di A, B e C presenti nei tre serbatoi all’interno dei farmaci. Per ogni singola sostanza, una certa quantità sarà allocata per ciascuno dei farmaci che si possono ottenere da A, B e C. Per cui scriveremo:

**NB.** vi sono alcuni farmaci che non possiedono una percentuale di ciascuna sostanza al loro interno:  
tuttavia anche quantità vuote vanno tenute in considerazione nella scrittura dei vincoli, scrivendo  
semplicemente “0”.  
Nello specifico, le tre formule scritte sopra indicano:  
• Quantità di A da smaltire tra i farmaci  
• Quantità di B da smaltire tra i farmaci  
• Quantità di C da smaltire tra i farmaci

**PROBLEMA 6**

Immagine che contiene testo, Carattere, schermata, linea

Descrizione generata automaticamenteUn’azienda farmaceutica produce due tipi di farmaci, A e B, utilizzando due linee di produzione L1 e L2. Per completare la produzione della confezione di farmaco pronta per essere venduta, è necessaria la lavorazione di componenti di base solo su una delle due linee di produzione (*il ciclo di produzione per realizzare il farmaco si completa solo su una linea e quindi le due linee di produzione lavorano in parallelo; questa considerazione avrà un impatto sulla scelta delle decisioni*). La linea L1 può essere utilizzata per al massimo 1000 ore mensili, mentre la linea L2 è disponibile per al massimo 800 ore mensili. I tempi necessari per produrre una confezione di farmaco variano a seconda del tipo e della linea usata. Tali tempi sono indicati (in minuti) nella seguente tabella:

*Per completare il ciclo di produzione di una unità del farmaco A sulla linea L1 sono necessari 6 minuti, sulla linea L2 invece 24. Per completare il ciclo di produzione di una unità del farmaco B sulla linea L1 sono necessari 36 minuti, sulla linea L2 invece 48.*

*Le due linee, L1 ed L2, sono complessivamente le risorse disponibili per realizzare la produzione dei due farmaci A e B ma, nello specifico, la risorsa da utilizzare effettivamente per realizzare la produzione dei due farmaci è la risorsa tempo di lavorazione delle due linee. Infatti, il testo ci dice anche qual è la disponibilità complessiva in termini di tempo sulle due linee.*

Il costo di lavorazione per ogni ora di linea di produzione utilizzata è pari a £100 per L1 ed £150 per L2. Il costo dei componenti di base per produrre ciascuna confezione (*= una unità*) di farmaco è di £40 per il tipo A ed £60 per il tipo B. Sapendo che ogni mese il numero di confezioni di farmaco di tipo A prodotte utilizzando la linea di produzione L1 deve essere pari ad almeno il doppio delle confezioni di farmaco dello stesso tipo prodotte su L2 e che il prezzo di vendita del farmaco di tipo A è pari a £90, mentre quello di tipo B è pari a £120, formulare il modello di ottimizzazione che permette di determinare un piano di produzione mensile tale da massimizzare il profitto, nel rispetto delle varie condizioni imposte.

**Dati del problema**

Immagine che contiene testo, ricevuta, Carattere, schermata

Descrizione generata automaticamente

Immagine che contiene testo, Carattere, calligrafia, bianco

Descrizione generata automaticamente

Il piano di produzione mensile è relativo ai livelli di produzione dei farmaci A e B su un orizzonte temporale mensile.

*Per piano di produzione, infatti, si intende la capacità dell’erogazione di un servizio su un orizzonte temporale indicato.*



Immagine che contiene testo, Carattere, bianco, linea

Descrizione generata automaticamenteLa quantità totale prodotta di A sarà la somma su L1 ed L2, stessa cosa per B.



La determinazione del piano di produzione mensile deve essere effettuata attraverso il criterio (l’obiettivo) di massimizzare il profitto totale.

Immagine che contiene testo, Carattere, calligrafia, linea

Descrizione generata automaticamente

Immagine che contiene testo, Carattere, calligrafia, bianco

Descrizione generata automaticamente



Immagine che contiene Carattere, testo, tipografia, bianco

Descrizione generata automaticamente

\**fanno riferimento al numero di confezioni di farmaco, quindi numeri interi*\*